

MONOGRAFÍA

NOMBRE :

COLEGIO :

GRADO : IV° B

TEMA : Geometría del Espacio

PROFESORA :

FECHA : 30 de Noviembre

DEDICATORIA

A mi muy querida profesora que con ansias debe estar esperando mi trabajo

ÍNDICE

I. Introducción	pag. 4
II. Marco Teórico:	
• Nociones Preliminares	pag. 5
• Rectas y Planos Paralelos y Perpendiculares	pag. 6
• Teorema de Thales	pag. 7
• Ángulos Diedros y Poliedros	pag. 8
• Poliedros Regulares:	
A.– Prisma:	
– Elementos de Clasificación-	pag. 9
– Paralelepípedo Cubo	pag. 9
– Área y Volumen	pag. 10
B.– Pirámide	
– Elementos	pag. 10
– Área y Volumen	pag. 11
– Tronco de Pirámide (Área y Volumen)	pag. 11
III. Conclusiones	pag. 13
IV. Bibliografía	pag. 14

INTRODUCCIÓN

GEOMETRÍA:

Rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos. Otros campos de la geometría son la geometría analítica, geometría descriptiva, topología, geometría de espacios con cuatro o más dimensiones, geometría fractal, y geometría no euclídea.

GEOMETRÍA DEL ESPACIO:

rama de la geometría que se ocupa de las propiedades y medidas de figuras geométricas en el espacio tridimensional. Entre estas figuras, también llamadas sólidos, se encuentran el cono, el cubo, el cilindro, la pirámide, la esfera y el prisma. La geometría del espacio amplía y refuerza las proposiciones de la geometría plana, y es la base fundamental de la trigonometría esférica, la geometría analítica del espacio, la geometría descriptiva y otras ramas de las matemáticas. Se usa ampliamente en matemáticas, en ingeniería y en ciencias naturales.

NOCIONES PRELIMINARES

PUNTO:

Es la marca que deja un lápiz sobre una hoja, la intersección de dos rectas, etc.

PLANO:

Una porción de espacio.

RECTA:

Línea que pasa por dos puntos cualesquiera.

RECTAS Y PLANOS PARALELOS Y PERPENDICULARES

Perpendiculares:

Se dice que dos rectas son perpendiculares cuando al cortarse forman cuatro ángulos iguales. Cada uno es un ángulo recto.

El símbolo de perpendicular es:

Si dos rectas se cortan y no son perpendiculares se dice que son oblicuas.

Si una recta es perpendicular a otra, esta es perpendicular a la primera.

Por un punto fuera de una recta, en un plan, pasa una perpendicular a dicha recta y solo una.

Una recta y un plano son perpendiculares, si se intersectan en un punto, y si toda recta en el plano, que pase por dicho punto, es perpendicular a la recta dada.

Paralelos:

Se dice que dos rectas de un plano son paralelas cuando al prolongarlas no tienen ningún punto común.

El paralelismo tiene la propiedad reciproca, es decir, si una recta es paralela a otra esta otra es paralela a la primera.

Se acepta que toda recta paralela a si misma. Esta propiedad se llama propiedad idéntica.

El paralelismo se expresa con el signo: ||

TEOREMA DE THALES

Dos paralelas cortadas por un recta:

1 2

3 4 $\hat{\s} 1 = 4 = 5 = 8$

5 6 $\hat{\s} 2 = 3 = 6 = 7$

7 8

Toda secante forma con dos paralelas ángulos correspondientes iguales, ángulos alternos iguales, ángulos alternos externos iguales, ángulos alternos internos iguales

Dos ángulos conjugados internos y/o externos entre paralelas son suplementarios.

ÁNGULOS DIEDROS Y POLIEDROS

Ángulo Diedro:

Nombre del ángulo formado por dos planos que se cortan.

Ángulo Poliedro:

Que tiene varias caras: Ángulo Poliedro.

Cuerpo geométrico limitado por caras planas poligonales.

POLIEDROS REGULARES

Prisma.–

Poliedro que tiene dos caras opuestas que son regiones poligonales paralelas y congruentes, las cuales se llaman bases del prisma. Las demás caras son superficies limitadas por paralelogramos.

– El numero de caras laterales es igual al numero de lados del polígono de la base.

– Los lados de las bases se llaman aristas básicas.

– Los lados de las caras laterales se llaman aristas laterales. Estas son todas

congruentes y paralelas.

- Altura del prisma es el segmento perpendicular a las bases comprendido entre estas.
- Diagonal de un prisma es el segmento que une dos vértices no situados en la misma cara.
- El nombre de un prisma se da según el polígono de la base. Así si la base es un pentágono: prisma pentagonal, si es un hexágono: prisma hexagonal, etc.

Elementos de Clasificación:

Prisma recto. Si las aristas laterales son perpendiculares a las bases. En este caso la altura mide igual a la longitud de una arista lateral.

Prisma Oblicuo. Si las aristas laterales son oblicuas a las bases.

Prisma Regular. Es un prisma recto cuyas bases son polígonos regulares y si es un hexágono regular el prisma se llama: Prisma hexagonal regular, etc.

Paralelepípedo:

Aquel cuyas bases son regiones paralelogramáticas. Clasificadas en:

a) Paralelepípedo recto.– Si sus aristas laterales a las bases son perpendiculares. Las caras son regiones rectangulares

b) Paralelepípedo Oblicuo.–

Aquel que tiene sus aristas laterales oblicuas a las bases. Sus seis caras son regiones paralelogramáticas

c) Paralelepípedo Rectangular.–

Aquel donde todas sus caras son regiones rectangulares. Se le llama también ortoedro o rectoedro. Cuando todas las aristas son congruentes, se llama cubo o hexaedro regular.

d) Romboedro.–

Es aquel paralelepípedo que tiene por bases regiones romboédricas

Área y Volumen:

Para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un rectoedro, aplicamos las mismas fórmulas que del prisma recto. Veamos

z arista

alto c

D

ancho b

a

largo

- Diagonal (D): $D = a^2 + b^2 + c^2$
- Área Lateral: $SL = 2(a + b)c$
- Área Total: $ST = \underline{2(a + b)c} + \underline{2ab}$ $ST = 2(ab + ac + bc)$

a. de las bases a. de las bases

- Volumen: $V = \underline{a} \cdot \underline{b} \cdot \underline{c}$

a de base altura

Caso particular: Cuando todas las caras de un paralelepípedo rectangular son cuadrados, este recibe el nombre particular de Cubo o Hexaedro regular

- Diagonal: $D = a \sqrt{3}$
- Área total: $ST = 6a^2$
- Volumen: $V = a^3$

Pirámide.–

Poliedro que tiene por base a una región poligonal cualquiera, y las caras laterales son regiones triangulares que tienen un vértice común

Elementos:

- Los lados de la base se llaman aristas básicas.
- El numero de caras laterales es igual al numero de lados de la base
- El nombre de la pirámide depende del polígono de la base. Si la base es un triángulo se llama: pirámide triangular o tetraedro, si es un cuadrilátero, pirámide cuadrangular, etc.

Área y Volumen:

- Área Lateral: $SL =$ suma de las áreas de las caras laterales
- Área Total: $ST =$ área lateral + área de la base
- Volumen: El volumen de una pirámide es igual a un tercio del área de la base por la altura. $V = 1/3 \cdot Sb \cdot h$

vértice o cúspide

h

arista lateral

arista básica base

Pirámide Regular.– cuando la base es un polígono regular y cuando además todas las aristas laterales son congruentes, o sea de igual longitud. A partir de esta definición deducimos que todas las caras de una pirámide regular son triángulos isósceles congruentes y que la altura cae en el centro de la base. Apotema de una pirámide regular es un segmento perpendicular a una arista básica, trazado desde el vértice de la pirámide:

V Notación: Pirámide V – ABCD

Base: Cuadrado ABCD

h ap Altura: h

B C Apotema: ap

A D

* En toda pirámide regular el a. lateral es igual al semiperímetro de la base por la

apotema

Pb = semiperímetro de la base, o sea: (perímetro de la base) / 2

SL = Pb x ap

ap = apotema

Tronco de Pirámide (Área y Volumen):

Se le llaman tronco de pirámide a la porción ABCDE E'A'B'C'D' (ver figura) de pirámide comprendida entre la base y un plano paralelo a ella que corte a todas las aristas laterales. La pirámide V A'B'C'D'E' se llama pirámide deficiente. Si el tronco es una pirámide regular las caras laterales son trapecios isósceles iguales. La altura de uno de los trapecios se llama apotema del tronco y se designa: at:

Área lateral del tronco de pirámide regular

Sea L cada lado de la base mayor y l cada lado de la base menor (ver fig.). La altura de los trapecios o apotema del tronco es at

área de un trapecio = $\frac{L+l}{2} \cdot at$

2

Como el área lateral esta formada por n trapecios, tendremos:

Al = n . $\frac{L+l}{2}$. at

2

Pero nL = P perímetro de la base mayor;

y nl = P' perímetro de la base menor

entonces $Al = \frac{P + P'}{2} \cdot at$

2

D' V

E' C'

A' B'

D

E C

L E' D' C'

A B l

A' B'

A' B' C' D' E' A'

A L B C D E A

Volumen de un tronco de pirámide

El volumen de un tronco de pirámide de bases paralelas es igual al producto de un tercio de su altura por la suma de sus bases y una media proporcional entre ellas

Fórmulas: Si B y b son las áreas de las bases paralelas, h la altura y V el volumen, la formula para el calculo del volumen es:

$$V = \frac{h}{3} (B + b + \sqrt{B \cdot b})$$

CONCLUSIONES

- Geometría del espacio: Estudia las figuras cuyos puntos no están todos en el mismo plano.
- Perpendicular: dos rectas o planos que al cortarse forman 4 ángulos de 90°.
- Paralelos: Dos rectas o planos que equidistan en toda su extensión y no se cortan.
- T. de Thales: Toda secante forma con dos paralelas ángulos correspondientes iguales.
- Ángulos Diedros: ángulo formado por dos planos que se cortan.
- Ángulos poliedros: que tiene varias caras.
- Prisma: Poliedro que tiene dos caras opuestas paralelas y congruentes (bases), las demás caras son paralelogramos.
- Pirámide: Poliedro que tiene por base a una región poligonal cualquiera, caras laterales = regiones triangulares que tienen un vértice común.

BIBLIOGRAFÍA

Baldor Geometría plana y del Espacio con una introducción a la Trigonometría

Cultural Peruana S.A.

Prof. J.A. Baldor

Encarta 2000

Matemática 4

Editorial Coveñas S.A.C

Manuel Coveñas Naquiche

Geometría plana y del espacio UNI: `65 – `82

Colección Pampa de Nazca

Hector Lama M.

14